

- TRAINIEREN - FORSCHEN - ENTDECKEN -

Hypothesentest - Lösungen

1 **Losverkauf**
 n = 25; Z: Anzahl der Gewinne

	Entscheidung für H ₀ Z ≤ 14	Entscheidung gegen H ₀ 15 ≤ Z
H ₀ : „Weniger Gewinne als Nieten“ p ₀ ≤ 0,5	richtig	α-Fehler

a) α-Fehler = $\sum_{i=15}^{25} B(25; 0,5; i) = 1 - \sum_{i=0}^{14} B(25; 0,5; i) = 1 - 0,78782 = 21,22\%$

b) α-Fehler < 5% → $\sum_{i=k+1}^{25} B(25; 0,5; i) < 0,05 \rightarrow 1 - \sum_{i=0}^k B(25; 0,5; i) < 0,05 \rightarrow$
 $\sum_{i=0}^k B(25; 0,5; i) > 0,95$

Tabelle liefert:

k = 16 → P(X ≤ 16) = 0,94612 < 0,95

k = 17 → P(X ≤ 17) = 0,97836 > 0,95

Regel: Der Annahmereich ist dann A = {0; 1; ... ; 17}

Wenn Susi **mehr als 17** Gewinne zieht, verwirft sie Hypothese, dass der Verkäufer lügt.

2 **Tetraeder**
 n = 100; Z: Anzahl der geworfenen „1“.

Realität	Entscheidung für H ₁ 21 ≤ Z ≤ 29	Entscheidung gegen H ₀ 30 ≤ Z oder Z ≤ 20
H ₀ : Tetraeder ist ideal p ₀ = 0,25	richtig	α-Fehler
H ₁ : Tetraeder ist gezinkt p ₁ = 0,2	β-Fehler	richtig

a) α-Fehler = $\sum_{i=0}^{20} B(100; 0,25; i) + \sum_{i=30}^{100} B(100; 0,25; i) = \sum_{i=0}^{20} B(100; 0,25; i) + (1 - \sum_{i=0}^{29} B(100; 0,25; i)) =$
 $= 0,14883 + (1 - 0,85046) = 29,84\%$

b) β-Fehler = $\sum_{i=21}^{29} B(100; 0,2; i) = \sum_{i=0}^{29} B(100; 0,2; i) - \sum_{i=0}^{20} B(100; 0,2; i) =$
 $= 0,98875 - 0,55946 = 42,93\%$

3 **Geraten oder gewusst?**
 a) n = 25; Z: Anzahl der richtigen Antworten

Realität	Entscheidung für H ₀ Z ≤ 15 A = {0; ... 15}	Entscheidung gegen H ₀ Z > 15 A̅ = {16; ... 25}
p ₀ = 0,5 (Raten)	Richtig	(α-)Fehler
p ₁ > 0,5 (Wissen)

- TRAINIEREN - FORSCHEN - ENTDECKEN -

$$\alpha\text{-Fehler} = 1 - \sum_{i=0}^{15} B(25; 0,5; i) = 1 - 0,88524 = 0,11476 = 11,5\%$$

Bei dieser Entscheidungsregel wird mit 11,4% Fehlerwahrscheinlichkeit die Hypothese H_0 : „Student rät“ zu Unrecht abgelehnt, obwohl nur geraten wird.

b)

Realität	Entscheidung für H_0	Entscheidung gegen H_0
	$Z \leq c$ $A = \{0; \dots; c\}$	$Z > c$ $\bar{A} = \{c + 1; \dots; 25\}$
$p_0 = 0,5$ (Raten)	Richtig	$(\alpha\text{-})\text{Fehler} < 1\%$
$p_1 > 0,5$ (Wissen)

$$\alpha\text{-Fehler} = 1 - \sum_{i=0}^c B(25; 0,5; i) < 0,01 \rightarrow \sum_{i=0}^c B(25; 0,5; i) > 0,99 \rightarrow$$

Tabelle liefert:

$$c = 17 \rightarrow P(X \leq 17) = 0,97836 < 0,99$$

$$c = 18 \rightarrow P(X \leq 18) = 0,99268 > 0,99$$

d.h. $A = \{0; \dots; 18\}$.

Er muss mehr als 18 richtige Antworten geben.

Bei dieser neuen Entscheidungsregel wird mit 0,7% Fehlerwahrscheinlichkeit die Hypothese H_0 : „Student rät nur“ zu Unrecht abgelehnt, obwohl nur geraten wird.