Musterlösungen

63/15

$f(x)=ax(x^2-9)=ax^3-9ax$ Winkelhalbierende ; g(x)=x

Schnittpunkte: $ax(x^2-9)=x \Rightarrow x_1=0 \, und \, (x^2-9)=\frac{1}{a} \Rightarrow x_2=\sqrt{\frac{1}{a}+9}, (x_3= - \sqrt{\frac{1}{a}+9})$

$f(x)-g(x)=ax^3-9ax-x$ Stammfunktion dazu : $\frac{1}{4}ax^4-\frac{(9a+1)}{2}x^2$

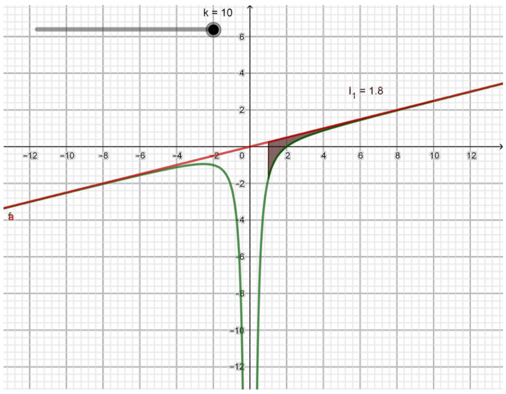
A(a) = $\int_{x_1}^{x_2}(ax^3-9ax-x)dx = \left[\frac{1}{4}ax^4-\frac{(9a+1)}{2}x^2\right]_0^{\sqrt{\frac{1}{a}+9}} = \frac{1}{4}a\left(\frac{1+9a}{a}\right)^2-\frac{9a+1}{2}\cdot\left(\frac{1+9a}{a}\right)$

A(a) = $\left(\frac{1+9a}{a}\right)^2\cdot\frac{a}{4}-(9a+1)^2\cdot\left(\frac{1}{2a}\right) = (1+9a)^2\cdot\left(-\frac{1}{4a}\right)$

da a>0 Und die Fäche stets positiv angegeben wird: $A(a)=(1+9a)^2\cdot\frac{1}{4a}$

$A(x)=\frac{1}{4}a^{-1}+\frac{9}{2}+\frac{81}{4}a \quad also \quad A'(a)=\frac{-1}{4}a^{-2}+\frac{81}{4} \quad und \quad A''(a)=\frac{1}{2}a^{-3}$ notw. Für Min A'(a) =0

$\frac{-1}{4}a^{-2}+\frac{81}{4}=0 \Rightarrow \frac{1}{a^2}=81 \Rightarrow a=\pm\frac{1}{9} \quad nur\,für\,a=\frac{1}{9}\,ist\,auch\,A''(a)>0\,und\,es\,liegt\,ein\,Minimum\,vor$



63 / 17

a) $f(x)=\frac{1}{4}x-\frac{2}{x^2}$ Asymptote für x→ ∞ : $g(x)=\frac{1}{4}x$

b) $h(x)=g(x)-f(x)=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{x^2}} = 2x^{-2}$

Stammfkt $H(x)=-2x^{-1}=-\frac{2}{x}$

Fläche : $A(k)=\left[-\frac{2}{x}\right]_1^k = -\frac{2}{k}+2$

c) $\lim_{k\to\infty} A(k)=2$ das heißt: obwohl es unendlich weit nach rechts geht, ist die eingeschlossene Fläche endlich =2 [FE]