Klasse Q12 Kurs Q2M1
2. AKL aus der Mathematik
am 14.02.2019

Bearbeitungszeit: 20 Minuten

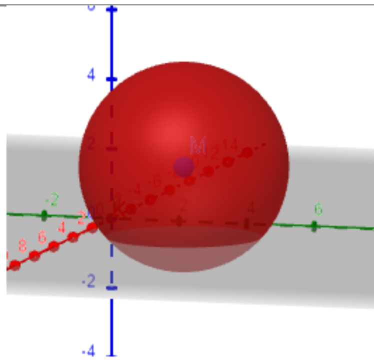
CHRISTIAN VON BOMHARD **SCHULE**

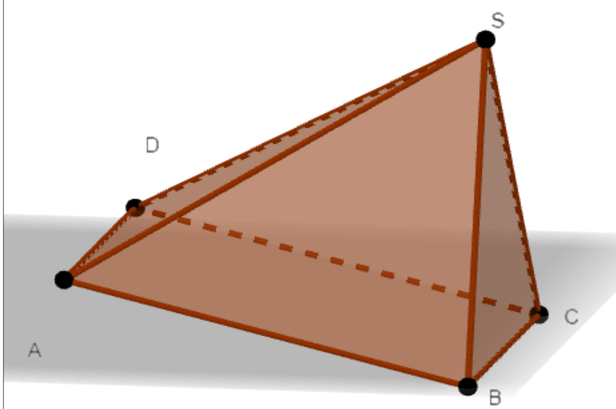
NAME: ______________________ BE: / 24 Punkte:

Den Zeitzuschlag aufgrund einer anerkannten ☐ *Lesestörung,* ☐ *Rechtschreibstörung,* ☐ *Lese-und Rechtschreibstörung habe ich* ☐ *genutzt* ☐ *zum Teil genutzt* ☐ *nicht genutzt.*

Unterschrift ______________________

4 1. In der Ecke des 1 Oktanten eines Koordinatensystems liegt schon länger eine Kugel mit Radius 3 LE. Sie ist 1 LE in die x_1x_2-Ebene „eingesunken". Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius des Schnittkreises der Kugel mit der Ebene $x_3=0$.





2. Pharao Lubmosis II versuchte es mit schrägen Pyramiden um auch an den Hängen des Niltales bestattet werden zu können. Diese hier hat D(0/0/1), A(4/0/1), B(4/4/0) und C(0/4/0) als Eckpunkte der Grundfläche, die sich in der Ebene E_1 befindet. Die Spitze S der Pyramide hat die Koordinaten (3/4/3,5)

6 a) Geben Sie E_1 in Koordinatenform an. (Kontrolle : $E_1: x_2+4x_3-4=0$)

4 b) Ermitteln Sie die Spurpunkte der Ebene E_1 mit den Koordinatenachsen und skizzieren Sie die Ebene mit ihren Spurgeraden im 1. Oktanten.

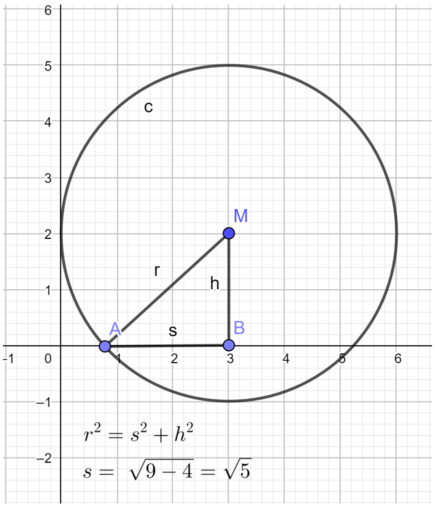
3 c) Welchen Winkel zur Waagerechten hat die Ebene?

3 d) Bei welchen Koordinaten schlägt ein Skarabäus in den Sand, der von der Spitze S aus senkrecht zu $x_3=0$ herunterfällt?

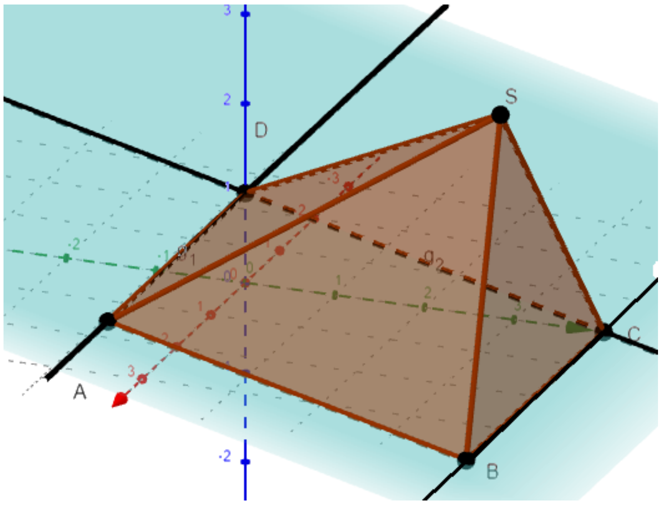
4 e) Eine lokale Sanddüne lässt sich als Ebene E_2: $2x_1 - x_2 - 4x_3 - 4 = 0$ beschreiben. Zeigen Sie, g ist die Schnittgerade von E_1 und E_2.

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

1. 

M_{Kugel} (3/3/2) ⟶ M_{Kreis} (3/3/0) $\quad r=\sqrt{5}$



2. Aufpunkt z.B. D (0/0/1)

a) $v_1=\overrightarrow{DA}=\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}, v_2=\overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix}0\\4\\-1\end{pmatrix}$

$\vec{v}_1\times\vec{v}_2=\begin{pmatrix}0\\4\\16\end{pmatrix}$ *also Nomalenvektor* $\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\1\\4\end{pmatrix}$

$\vec{n}\circ\left(\vec{X}-\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)=0 \quad\Rightarrow\quad E_1: x_2+4x_3-4=0$

b) siehe oben links. Die Punkte C und D sind die Spurpunkte, die Geraden DA, CB und DC sind die Spurgeraden

c) über Skalarprodukt der Normalenvektoren

$\vec{n}\circ\vec{n}_{12}=\begin{pmatrix}0\\1\\4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=4 \quad also \quad \cos\phi=\frac{|\vec{n}\circ\vec{n}_{12}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{n}_{12}|}=\frac{4}{\sqrt{17}\cdot 1} \quad\Rightarrow\quad \phi=14{,}04°$

oder :betrachte Dreieck OCD ⟶ tan φ= |OD| over |OC| = 1 / 4 drarrow φ = 14,04°

d) Da S, B und C jeweils die x_2-Koordinate 4 haben ist die Pyramidenwand SBC senkrecht zu x_3=0, der Käfer kann also von S aus senkrecht herunterfallen ⟶ Aufprall bei (3/4/0)

oder : Gerade durch S senkrecht auf x_3=0 $\quad g:\vec{X}=\begin{pmatrix}3\\4\\3{,}5\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$. Gesucht ist

Spurpunkt in der x_1x_2-Ebene: x_3 = 0 →3,5 + λ = 0 → λ = -3,5 ergibt den

Punkt: $\begin{pmatrix}3\\4\\3{,}5\end{pmatrix}-3{,}5\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$