



Klasse Q12 Kurs Q2M1
3. AKL aus der Mathematik
am 07.03.2018

Bearbeitungszeit: 20 Minuten

NAME: _____ BE: _____ / 24 Punkte:

Den Zeitzuschlag aufgrund einer anerkannten Lesestörung, Rechtschreibstörung, Lese- und Rechtschreibstörung
habe ich genutzt zum Teil genutzt nicht genutzt.
Unterschrift _____

1. Gegeben sind die beiden Ebenen E: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und F: $x_1 - x_2 + x_3 + 1 = 0$

- a) Zeigen Sie, dass E echt parallel zu F ist [4]
b) Bestimmen Sie den Abstand der Ebenen [4]

2. Welchen Winkel schliessen die Gerade g: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und die Ebene

E: $4x_1 - x_2 + 8x_3 = 9$ ein? [5]

3. E ist die Ebene $3x_2 + x_3 - 8 = 0$

- a) Stellen Sie die Ebene E in einer Skizze dar. (Spurgeraden) [3]
b) Berechnen Sie den Winkel zwischen E und der x_1x_2 -Ebene. [5]
c) Bestimmen Sie den Abstand von E zur x_1 -Achse. [3]

LÖSUNGSVORSCHLAG

1. Gegeben sind die beiden Ebenen E: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und F: $x_1 - x_2 + x_3 + 1 = 0$

- a) Zeigen Sie, dass E echt parallel zu F ist [4]

Zu zeigen: $A(1/2/3) \notin F$ und $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$

A in F einsetzen $\neq 0$
Skalarprodukte = 0

- b) Bestimmen Sie den Abstand der Ebenen [4]

$|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ A in HNF einsetzen ergibt $d = \frac{1-2+3+1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

2. Welchen Winkel schliessen die Gerade g: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und die Ebene

E: $4x_1 - x_2 + 8x_3 = 9$ ein? [5]

$|\vec{n}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 8^2} = \sqrt{81} = 9$ $|\vec{v}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ $|\vec{n} \circ \vec{v}| = 10$

damit $\sin \alpha = \frac{|\vec{n} \circ \vec{v}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{v}|} = 0,4969 \Rightarrow \alpha = 29,80^\circ$

3. E ist die Ebene $3x_2 + x_3 - 8 = 0$

- a) Stellen Sie die Ebene E in einer Skizze dar. (Spurgeraden) [3]

- b) Berechnen Sie den Winkel zwischen E und der x_1x_2 -Ebene. [5]

$|\vec{n}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

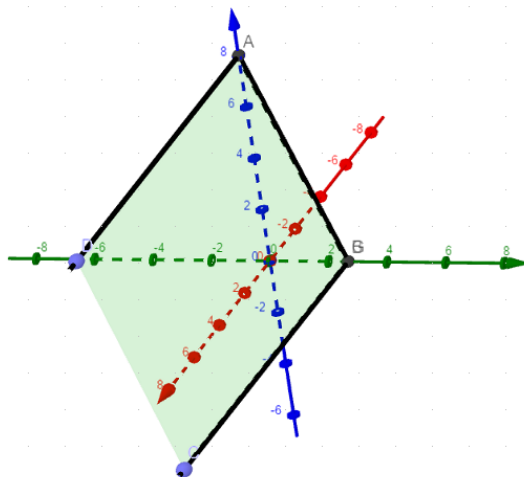
$|\vec{n}_{12}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1$

$|\vec{n} \circ \vec{n}_{12}| = 1$

damit

$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \circ \vec{n}_{12}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_{12}|} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \alpha = 71,57^\circ$

- c) Bestimmen Sie den Abstand von E zur x_1 -Achse. [3]



Irgendeinen Punkt z.B. $(0/0/0)$ der x_1 -Achse in HNF von E ergibt $d = \left| \frac{-8}{\sqrt{10}} \right| \approx 2,53$